

Concours en Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Samedi 9 juin 2001 **Heure : 8 h** **Durée : 3 heures** **Nb pages : 4**

Barème : Exercice : 6,5 (partie I : 2,5 ; partie II : 4) ; Problème : 13,5 (partie I : 5,5 ; partie II : 8)

l'usage d'une calculatrice (non-programmable) est autorisé

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte un exercice et un problème composé de parties **indépendantes** entre elles, les candidats peuvent les résoudre dans l'ordre qui leur convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

EXERCICE

I- Etude des changements de phases de l'eau

Le diagramme des phases de l'eau est représenté en coordonnées T et P sur la figure 1.

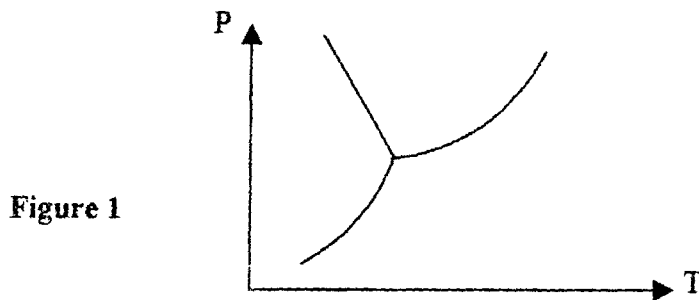


Figure 1

- 1°) Reproduire et compléter le diagramme en précisant les domaines d'existence des différentes phases.
- 2°) Placer les points caractéristiques sur le diagramme et indiquer brièvement ce qu'ils représentent.
- 3°) Donner la définition de la chaleur latente massique de changement d'état d'un corps pur.
- 4°) Définir la pression de vapeur saturante. De quel(s) paramètre(s) dépend-elle ?
- 5°) On rappelle que la chaleur latente massique d'un changement d'un état 1 à un état 2 de l'eau, est donnée par la formule de Clapeyron :

$$L = T(u_2 - u_1) \frac{dP}{dT}, \text{ où } u_1 \text{ et } u_2 \text{ désignent respectivement les volumes massiques à l'état 1 et à l'état 2.}$$

A partir de la pente de la courbe de fusion, comparer u_s et u_l , les volumes massiques respectifs du solide et du liquide.

II- Application : Etude de la courbe de vaporisation de l'eau

La formule : $\ln P = A - \frac{4884}{T}$, exprime la pression de vapeur saturante P de l'eau en Pascal en

fonction de la température absolue T, sur l'intervalle $[50^\circ\text{C} ; 180^\circ\text{C}]$.

ln désigne le logarithme népérien et A une constante.

La chaleur massique de vaporisation de l'eau L_v est supposée constante et égale à $2,249 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Concours en Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Samedi 9 juin 2001

Heure : 8 h

Durée : 3 heures

Nb pages : 4

Barème : Exercice : 6,5 (partie I : 2,5 ; partie II : 4) ; Problème : 13,5 (partie I : 5,5 ; partie II : 8)

l'usage d'une calculatrice (non-programmable) est autorisé

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte un exercice et un problème composé de parties indépendantes entre elles, les candidats peuvent les résoudre dans l'ordre qui leur convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

PROBLEME

I- Etablissement de la loi de Poiseuille 2,5

On considère une conduite cylindrique d'axe horizontal, de longueur l et de rayon intérieur a . Cette conduite est remplie d'un fluide incompressible, de masse volumique ρ et soumis au seul champ de pesanteur \vec{g} supposé uniforme. La température est maintenue uniforme. On considère au sein de ce fluide, un volume cylindrique C de même axe Oy et de rayon r , compris entre les deux sections droites passant par les points A et B distants de l (cf. figure 2).

On pourra considérer que le rayon de la conduite est faible, de sorte que la pression ne varie sensiblement pas en tout point d'une section droite S .

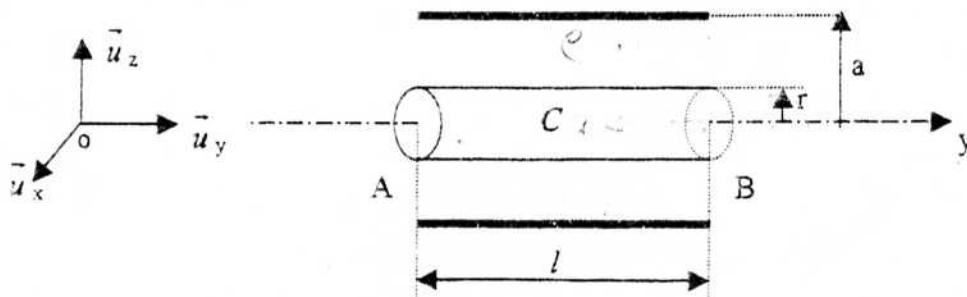


Figure 2

On adoptera un repère orthonormé $Oxyz$ dont l'axe Oy est parallèle à l'axe de la conduite. Oz est la verticale ascendante.

1°) Le fluide étant immobile :

- Quelles sont les forces de pressions \vec{F}_A et \vec{F}_B qui s'exercent sur les deux sections droites du cylindre C de centres respectifs A et B.
- Calculer le poids du fluide contenu dans le cylindre C .
- En faisant le bilan des forces agissant sur le cylindre C , déterminer l'expression de la force de pression \vec{F}_{lat} s'exerçant sur la surface latérale de ce cylindre.

2°) Dans toute la suite du problème, on s'intéresse à un fluide visqueux : On admet qu'au sein d'un tel fluide, dont la vitesse v n'est pas uniforme, il existe une force de frottement qui s'oppose au glissement d'une couche de fluide par rapport à une autre de vitesse différente.

Il s'exerce donc, sur la surface latérale du cylindre C défini précédemment, une force dirigée suivant dont la norme par unité de surface est :

$$\frac{\|\vec{F}\|}{S} = \eta \left| \frac{dv}{dr} \right| ; \text{ où } \eta \text{ le coefficient de viscosité du fluide.}$$

On considère un écoulement en régime permanent indépendant du temps de ce fluide visqueux dans une conduite cylindrique de la figure 2. Du fait de sa viscosité, sa vitesse qui est parallèle à l'axe Oy , est une fonction $v(r)$ telle que $v(a) = 0$ et $v(0) = v_{\max}$. Pour maintenir cet écoulement, il est alors nécessaire d'exercer une différence de pression entre les points A et B, situés sur l'axe horizontal de la conduite. La quantité $P_A - P_B$ est appelée perte de charge.

- Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le cylindre C considéré précédemment.
- En appliquant le principe fondamental de la dynamique au cylindre C (projection sur l'axe Ox), établir l'équation différentielle en régime permanent :

$$\frac{dv}{dr} = - \frac{P_A - P_B}{2l\eta} r$$

- Déterminer le profil de vitesse défini par la fonction $v(r)$ et donner son allure.

3°) On appelle débit volumique, noté Q , le volume de fluide traversant une section droite de la conduite cylindrique de rayon a par unité de temps.

- Quel est le débit élémentaire dQ du fluide s'écoulant entre deux cylindres de rayons r et $r + dr$?
- Montrer que le débit total est donné par :

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{l}$$

Cette formule exprime la loi de **Poiseuille**.

II- Application : Écoulement d'une huile dans une conduite

On applique l'étude précédente à l'écoulement d'une huile dans une conduite de longueur l et de rayon a , débouchant librement à l'air libre d'un côté et raccordé à un entonnoir, de section circulaire, à l'autre extrémité. La partie conique de cet entonnoir a une ouverture de 90° (cf. figure 3).

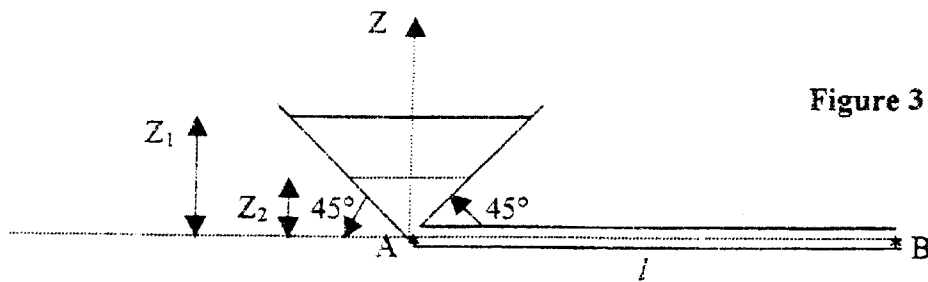


Figure 3

On donne $Z_1 = 15 \text{ cm}$, $l = 2 \text{ m}$, $a = 7,5 \text{ mm}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ et $\nu = \frac{\eta}{\rho} = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

- 1°) a) Exprimer $P_A - P_B$ en fonction du produit $\rho g Z_1$. Z_1 étant la hauteur initiale du fluide dans l'entonnoir.
- En considérant que la hauteur du liquide dans l'entonnoir est constante et égale à Z_1 , donner la valeur du débit.
- En déduire la vitesse moyenne $v_m = \frac{Q}{S}$.
- En calculant le nombre de Reynolds, vérifier que le régime de l'écoulement est bien laminaire.

2°) Pour calculer le temps de passage du niveau de l'huile entre les hauteurs Z_1 et Z_2 (cf. figure 3), on considère que la formule précédente exprimant le débit en fonction de Z_1 , valable pour une hauteur constante, reste applicable pour une hauteur variable $Z(t)$.

- Montrer que pour la cote Z , l'aire de la surface libre de l'huile dans l'entonnoir s'écrit sous la forme : $S(Z) = \pi Z^2$.
- En exprimant le débit $Q(t)$ en fonction de $S(Z)$ et de $\frac{dZ}{dt}$, montrer que $Z(t)$ vérifie l'équation

différentielle suivante :
$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{g a^4}{8 \nu l Z}$$

- Intégrer cette équation différentielle.
- Calculer la durée t_c de vidange de l'entonnoir du niveau Z_1 au niveau $Z_2 = 5$ cm.

3°) On soulève l'entonnoir d'une hauteur $h = 30$ cm (cf. figure 4).

- Calculer la nouvelle valeur du débit et celle de la vitesse moyenne pour une hauteur initiale Z_1 d'huile dans l'entonnoir.
- Donner la nature du régime d'écoulement.

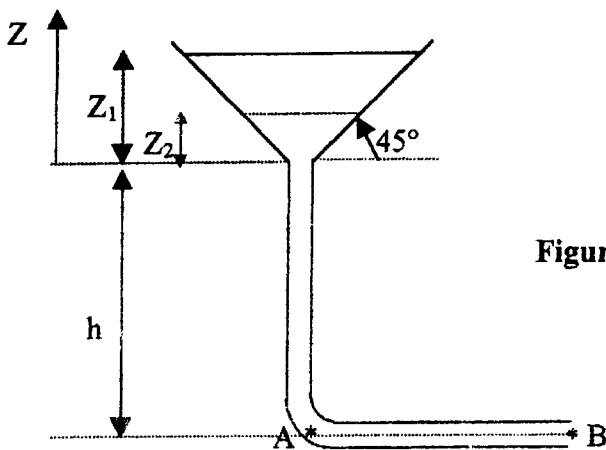


Figure 4

- Etablir la nouvelle équation différentielle donnant, en fonction du temps, la cote $Z(t)$ de la surface libre de l'huile dans l'entonnoir.
 - Intégrer cette équation différentielle en faisant le changement de variable : $y = Z + h$
 - Calculer la durée t'_c de vidange pour $Z_2 = 5$ cm.
- 5°) Proposer un mode opératoire permettant d'utiliser ce genre de dispositif comme viscosimètre.

En utilisant, le premier dispositif ($h = 0$), pour une autre huile, le temps de passage entre les deux niveaux Z_1 et Z_2 est de 100 s. Donner alors sa viscosité cinématique ν' .